UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
Centro de Comunicação e Expressão
Departamento de Comunicação
Núcleo de Produção de Jornalismo Ajudada por Computador

Curso de Pós-graduação em Lingüística
Disciplina: *Introdução à Lógica*

Aula 5 (13/09/96)

Extensões e Aplicações

1. Extensão: Lógica de Boole

Ao contrário de Gottlob Frege (1848-1925), que procurava na lógica uma base para a aritmética (e, portanto, não a confundia com a matemática), George Boole cuidou de construir uma álgebra da lógica. O modelo algébrico que ele criou, nos livros *A análise matemática da Lógica,* de 1847, e *Investigações sobre as leis do pensamento*, de 1854, foi desenvolvido por Charles S. Pierce e R. Schoroeder.

As proposições categóricas referem-se a duas classes (P e Q). Para Boole, isto significa a *interseção* de P e Q, ou o *produto* de P e Q:

$P \cap Q = P \,.\, Q$, ou PQ

Boole observa que a classe dos indivíduos que são eles mesmos é igual a si mesma (a classe dos indivíduos ingleses que são ingleses é a classe dos indivíduos ingleses) e que, portanto,

$PP = P$

Isto só acontece, matematicamente, para os valores 1 e 0 de P. Por isso, na álgebra de Boole, os dois únicos valores reconhecidos são) e 1, representando, o primeiro, o *conjunto vazio* e o segundo o *conjunto universo*, ou *universo do discurso*.

Vimos que o *produto* algébrico de P e Q é sua *interseção*. Sendo P holandeses e Q pintores, P. Q é igual ao conjunto dos indivíduos que são, ao mesmo tempo, pintores e holandeses, ou seja, $P \cap Q$. Mas isso também corresponde a $P \wedge Q$, que representa a *conjunção* lógica. Logo, o sistema de correspondências é o seguinte:

$P \cap Q$, (notação de conjuntos)
$P \wedge Q$ (notação lógica) e
$P \,.\, Q$ (notação algébrica)

O conectivo *ou* ($\vee$, *disjunção*) indica união de conjuntos ("um ou outro, ou ambos") e corresponde à soma algébrica: o conjunto de todos os indivíduos que ou são pintores ou são holandeses ou têm ambas as qualidades. Daí a correspondência:

$P \cup Q$, (notação de conjuntos) então
$P \vee Q$ (notação lógica) e
$P + Q$ (notação algébrica)

O conectivo *não* (-, *negação*) indica diferença entre conjuntos (complemento de P em Q) e corresponde à subtração algébrica: o que se representa é o conjunto dos pintores (P) que não são holandeses (Q).

$P - Q$, (notação de conjuntos) então
$P - Q$ (notação lógica) e
$P - Q$ (notação algébrica)

A negação de um conjunto é seu conjunto-complemento, isto é, o que se obtém subtraindo-o do universo. O complemento do conjunto de todos os holandeses é o conjunto dos homens que não são holandeses, porque o universo dos patronímicos é a humanidade. Pode ser representado na álgebra booleana por 1 - P. A interseção de um conjunto com seu complemento é igual a 0, porque não há homem que seja, ao mesmo tempo, holandês e não holandês

$- Q$
$\mathbf{C}Q$
$1 - Q$

O conectivo *se, então* ($\rightarrow$, *implicação*) pode ser representado pela tautologia

$$p \rightarrow q \leftrightarrow (- p \vee q)$$

Se ser pintor implica ser holandês, então não existe aquele que, sendo pintor, não seja holandês. Ou seja,

Se $P \rightarrow Q$, então
$P \subseteq Q$

O conectivo eqüivale ($\leftrightarrow$, equivalência) indica igualdade de conjuntos e corresponde à igualdade algébrica.

$P = Q$
$P \leftrightarrow Q$
$P = Q$

Estabelecida a equivalência entre as operações de conjuntos, operações lógicas e operações da álgebra booleana, as leis de Morgan, por exemplo, podem ser assim grafadas:

a) na Teoria dos Conjuntos:

$\mathbf{C}\ (P \cap Q) = (\mathbf{C}P) \cup (\mathbf{C}Q)$

$\mathbf{C}\ (P \cup Q) = (\mathbf{C}P) \cap (\mathbf{C}Q)$

b) em Lógica Formal

$- (p \wedge q) \leftrightarrow - p \vee q$

- (p ∨ q) ↔ - p ∧ q
c) na álgebra de Boole
- (p . q) = -p + -q
- (p + q) = -p . -q

Uma das colocações típicas de Frege (1848-1925), transferida à Lógica moderna pelos Principia Mathematica, de Bertrand Russel e Whitehead, é aquela que nega a existência de qualquer verdade auto-evidente no mundo objetivo; as premissas fundadas na experiência são tomadas como evidentes. Assim, "todos os homens são mortais" não é verdade auto-evidente porque, se fosse, não poderíamos sustentar a vida eterna em mundos possíveis, como os das religiões e das lendas.

Outra distinção proposta por Frege aplica-se às palavras alemães que designam algo similar a sentido e referência em português. Para Frege, referência (*bedeutung*) é o objeto que uma expressão designa; sentido (*sinn*) o modo pelo qual a expressão faz essa designação. Assim, 2+1 e 6-3 têm a mesma referência (três), mas diferentes sentidos. No caso das sentenças, seu sentido é uma proposição, um pensamento, e seu referente um valor de verdade. Assim, $2^2=4$ e 2>1 têm a mesma referência, *verdadeiro*, embora expressem pensamentos distintos.

Frege esclarece o conceito de função. Para ele, função é uma relação incompleta, que irá completar-se com o argumento. Se temos $2.x^3+x=V$, esta função tomará diferentes valores V para diferentes argumentos x (por exemplo, $2.2^2+2=10$, para x=2). Em expressões do tipo "x conquistou o campeonato" e "capital de y", *conquistou o comapeonato* e *capital de* são funções, *x* e *y* os argumentos. O valor da função "capital de y" é o nome da cidade de que se fala, em cada caso.

2. Aplicação (a): Sintaxe e semântica das locuções nominais

2.1. Conceitos preliminares

A cada sentença S enunciada corresponde uma proposição "P" (podendo haver uma proposição para várias sentenças); a cada item léxico p corresponde um significado p'; a cada regra sintática r corresponde uma regra semântica r'(por hipótese). Assim:

- A cada S corresponde uma "P"
- A cada p corresponde um p'
- A cada r corresponde uma r' (por hipótese)

$$S = \left| \begin{array}{l} p_1, p_2, p_3, \dots, p_n \\ r_1, r_2, r_3, \dots, r_n \end{array} \right.$$

$$\text{"P"} = \left| \begin{array}{l} p'_1, p'_2, p'_3, \dots, p'_n \\ r'_1, r'_2, r'_3, \dots, r'_n \end{array} \right.$$

Sendo assim, a partir de Frege, cada sentença é função das partes que a constituem e das regras que combinam essas partes e cada proposição é função das partes que a constituem e das regras que combinam essas partes.

$$\boxed{"P" = \boldsymbol{f}\ [\ (p'_1,\ p'_2, p'_3, \ldots, p'_n)\ (r'_1, r'_2, r'_3, \ldots, r_n)\ ]}$$

A partir de Alfred Tarski, um item léxico *significa*, tem denotação, mas só a proposição *é verdadeira*, tem referência e isto ocorre quando aquilo que afirma de fato acontece: "A neve é branca" se a neve é branca.

$$\boxed{\text{"P" é verdadeiro se P}}$$

2.2. *Semântica das locuções nominais*

- Locução é entendida como conjunto de notações que particulariza referente.
- Todo elemento explicativo que não particulariza referente é excluído do modelo. Será entendido como comentário e definido como *explicativo.*

A) SINTAXE

Consideramos que a locução nominal se compõe de um determinante, um quantificador, um nome e um ou mais adjetivos. O adjetivo pode constituir-se de um item léxico, referente a uma classe de coisas; a um nome ou locução nominal precedida de relacionador (*k*); a uma sentença precedida de relacionador (*k*). Relacionadores são descritos tradicionalmente como preposições, conjunções ou pronomes relativos.

$\boxed{\begin{array}{l} D \cap Q \cap N \cap A \text{ ou} \\ D\ .\ Q\ .\ N\ .\ A \end{array}}$, em que:

$A = A$, $A = kN$ ou $A = kS$

A sintaxe alternativa $D\ .\ Q\ .\ A\ .\ N$ não se aplica, em português, a $A = kN$ e $A = kS$

B) SEMÂNTICA

$D'\ .\ Q'\ .\ (\ N'\ .\ A')$, em que:

$N' = N_{pr}$ - nome próprio ou individual
N_g - nome genérico

A semântica alternativa $D'\ .\ Q'\ .\ (A'.\ N')$ implica alteração do sentido de A' , de concreto para abstrato ou da essência para aparência.

$$\boxed{D'\ .\ Q'\ .\ (N'.\ A'_1\ .\ A'_2\ .\ A_3\ .\ \ldots\ A'_n)}$$

O modelo semântico não se aplica a situações em que o adjetivo tem função metalingüística, isto é, refere-se à nomeação e não à referência do nome. É o caso de *verdadeiro*, *suposto*, *provável*, *falso*, *suspeito* etc.

3. Aplicação (b): Semântica dos quantificadores

$\exists x \mid \boldsymbol{f}(x)$ - quantificador existencial - "algum", "alguém", "pelo menos um" ("todos os" embute geralmente proposição existencial)

$\forall x \mid \boldsymbol{f}(x)$ - quantificador universal - todo/tudo, cada, para cada x

O quadro seguinte evidencia, exemplificando proposições existenciais, a diferença entre um e outro quantificadores:

(i) - Todo corpo não sujeito a ação de qualquer força manterá seu estado de inércia ou movimento. (ii) - Todo centauro tem quatro patas (iii) - Todo homem tem direito à liberdade e os condenados são homens; logo, todo condenado tem direito à liberdade. (iv) - Todo homem mata aquilo que ama (*All man kill the thing he loves*) - Oscar Wilde, "Balada do cárcere de Reading". (v) - Tudo está em fluxo - Heráclito

- São semanticamente equivalentes (a diferença é pragmática, relacionada, em geral, à estratégia dos discurso):

A loura inteligente é bonita
A loura bonita é inteligente
A loura é inteligente e (é) bonita

Sejam L, I, B

$L \cap I \cap B$

$\forall L \mid (L \in B) \wedge (L \in I)$ *	* $- \forall L \mid (L \in B) \wedge (L \in I)$
$\exists L \mid (L \in B) \wedge (L \in I)$ *	* $- \exists L \mid (L \in B) \wedge (L \in I)$

Relações contraditórias

Sejam x = "loura" e f = "inteligente"

$\forall x \mid \boldsymbol{f}(x) \equiv -\exists \mid -\boldsymbol{f}(x)$ - "para qualquer loura, a loura é inteligente" é contraditório com "não existe loura tal que seja inteligente".

$\exists x \mid \boldsymbol{f}(x) \equiv -\forall \mid -\boldsymbol{f}(x)$ - "existe uma loura tal que a loura é inteligente" é contraditório com "não é verdade que, para qualquer loura, a loura seja inteligente" .

$$\textbf{é} \quad \left| \begin{array}{c} \subset \\ = \\ \in \\ \equiv \\ \cong \end{array} \right|$$

A partir do conhecimento dos quantificadores lógicos, podemos analisar a representação semântica dos quantificadores lingüísticos.

Eles pertencem a três categorias:
- os redutíveis a quantificadores lógicos
- os indicadores de número
- os indicadores de ordem (reportando-se a conjuntos ordenados)
- os indicadores de coleção

O exame dos quantificadores introduz conceito relevante também para os nomes genéricos e, em decorrência, para adjetivos: o de *variáveis difusas*. São designações cuja compreensão depende de relação sensível dos indivíduos com o universo de referência; pressupõem algum referencial comum. Têm, portanto, componente *dêitico*. No caso, "alguns", "vários", "muitos". Observem:

(i) - a quantidade de muitas jóias é pouca para grãos de areia.
(ii) - grande quantidade de dinheiro para o pobre é pouca para o rico.
(iii) - um elefante grande é um animal pequeno
(iv) - um belo maiô no verão de 1947 é feio no verão de 1952 e inteiramente inadequado no verão de 1994.

4. Aplicação (c): semântica dos deteminativos

Os determinativos operam, quanto à determinação, como série variável, desde o + determinante ao - determinante. Por exemplo:

$$\begin{array}{ll} + & \text{o} \\ \big\downarrow & \text{certo} \\ & \text{algum} \\ & \text{um} \\ - & \varnothing \end{array}$$

Têm, ainda, componente dêitica. Tomemos as séries relacionadas (1) à posição no espaço-tempo; e (2) à relação de posse, propriedade ou atribuição:

(1) *este, esse, aquele, esta, essa, aquela, estes, esse, aqueles, estas, essas, aquelas.*
(2) *meu, teu, seu, minha, tua, sua, dele, dela, nossa, vossa, deles, delas.*

Os determinativos são referidos, na linguagem oral e escrita-dialógica (na correspondência, em mensagens via teletipo ou computador), às pessoas do discurso. Na modalidade escrita impessoal, os do grupo (2) resumem-se a *seu*, *seus*, *dele*, *deles,* já que a pessoa do discurso é a terceira. Os do grupo (1) passam a referir-se, na modalidade escrita impessoal, a relações dentro do texto, passando a funcionar como elemento de *coesão*; na modalidade escrita-dialógica, a referência é ambígua, devendo elucidar-se pelo contexto.